Klasse B12T1

2. Stegreifaufgabe aus der Mathematik am 11.11.2013 Name: ....

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f durch $f: x \mapsto x^3 - 6kx^2$ mit $k \in \mathbb{R}$ und dem Graphen G_f.

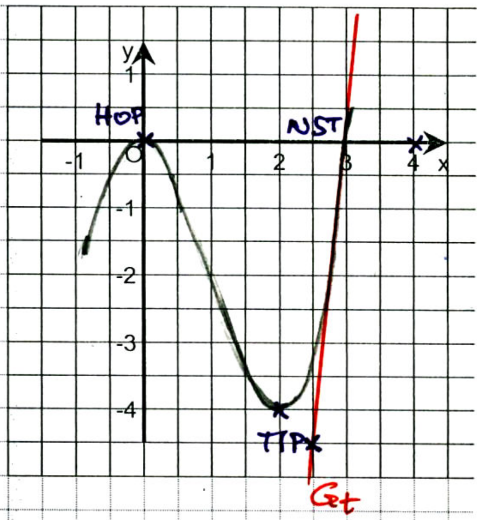
1. Bestimmen Sie die Nullstelle(n) von G_f mit ihre Vielfachheit(en). [5 BE]
2. Berechnen Sie zunächst die Gleichung der Tangente t an der Stelle $x_0 = 6k$.
   Bestimmen Sie dann diejenigen Werte von k, für die diese Steigung der Tangente 9 beträgt. [7 BE]
   Für alle folgenden Aufgaben gilt: $k = \frac{1}{2}$ und $f(x) = x^3 - 3x^2$.
3. Bestimmen Sie das Monotonieverhalten sowie Art und Lage der Extremalpunkte von G_f. [6 BE]
4. Zeichnen Sie mit den bisherigen Ergebnissen den Graph der Funktion und der Tangente t. [4 BE]
5. Ermitteln Sie den Bereich B, in dem alle Steigungswerte der Tangenten an G_f liegen. [4 BE]

1) $f_k(x) = x^2(x-6k)$

i.A $x_1 = 0$; 2-f $x_2 = 6k$; 1-f

SOFA: $x_1 = x_2$ für $k = 0$

dann $x_1 = 0$ 3-f



2) $f_k'(x) = 3x^2 - 12kx$

$m_t = f_k'(6k) = 3\cdot 36k^2 - 12k\cdot 6k = 36k$

$y_0 = f_k(6k) = (6k)^3 - 6k\cdot(6k)^2 = 0$ (s.o.)

$b = y - mx = 0 - 36k\cdot 6k = -216k^3$

$t(x) = 36kx - 216k^3$

$36k^2 = 9 \Leftrightarrow k^2 = \frac{1}{4}$

$k_1 = -\frac{1}{2}$; $k_2 = \frac{1}{2}$

3) $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2) = 0$

$x_1 = 0$ (1-f) ; $x_2 = 2$ (1-f)

x		0		2	
Vz v. f'	+	0	−	0	+
f	sms	HOP	smf	TIP	sms

$f(0) = 0 \Rightarrow$ HOP(0|0)

$f(2) = 8 - 3\cdot 4 = -4 \Rightarrow$ TIP(2|−4)

4) G_f und Tangente mit $m = 9$

5) Geringste Steigung:

$y_{Scheitel}$ von f'

$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0+2}{2} = 1$

$y_s = m_{min} = f'(1) = 3 - 6 = -3$

$\Rightarrow B = [-3; \infty[$

(Vorkommende Steigungswerte $= W_{f'}$)